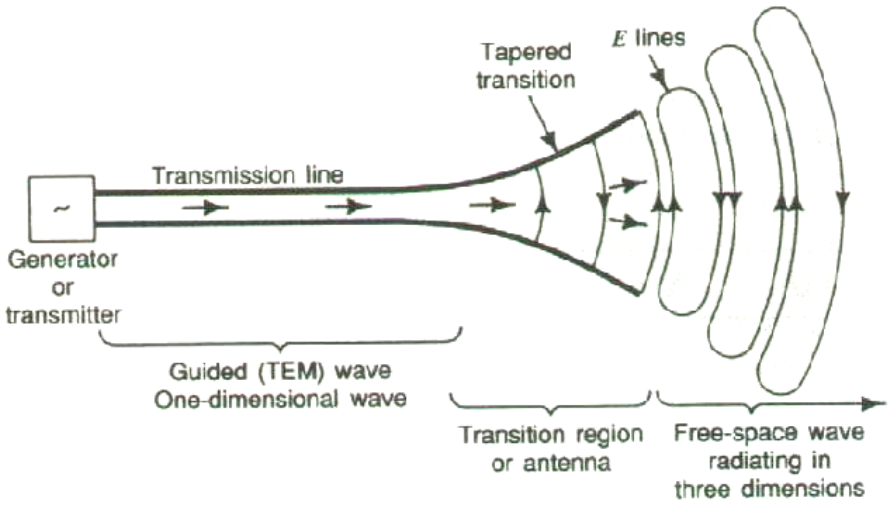
Antenas

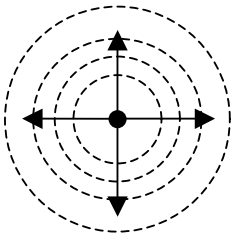
Antena = transição entre propagação guiada (circuitos) e propagação não-guiada (espaço).

Antena transmissora: transforma elétrons em fótons;
Antena receptora: transforma fótons em elétrons.



Antena Isotrópica

Fonte pontual que radia potência igualmente em todas as direções (onda esférica);



Potência total transmitida: P_T

Densidade de potência média (a uma distância *r* da fonte):

$$S_{med} = \frac{P_T}{4\pi r^2} \quad [W/m^2]$$

Vetor de Poynting: $\vec{\mathcal{P}} = \vec{E} \times \vec{H}$

Valor médio (no ar, E e H perpendiculares): $\mathcal{P}_{med} = \frac{1}{2} E \cdot H = \frac{1}{2\eta_0} E^2$ com $\eta_0 = 120\pi\ \Omega$

Campo elétrico a uma distância *r* da fonte: $\mathcal{P}_{med} = S_{med} \quad \Rightarrow \quad \frac{P_T}{4\pi r^2} = \frac{1}{2\eta_0} E^2$

Logo: $E = \dfrac{\sqrt{60\,P_T}}{r}$ [V/m] (antena isotrópica)

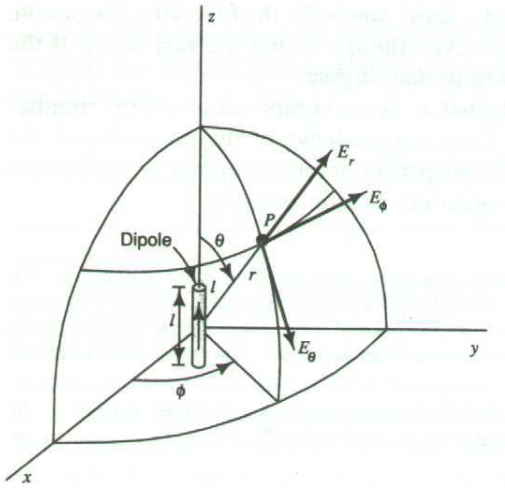
Exemplo: Uma antena isotrópica transmite uma potência de 5 kW. Calcular a densidade de potência e o campo elétrico a 1 km da fonte.

$$S_{med} = \frac{P_T}{4\pi r^2} = \frac{5\times 10^3}{4\pi\times\left(10^3\right)^2} \quad \Rightarrow \quad S_{med} = 398\,\mu\,W/m^2$$

$$E = \frac{\sqrt{60\,P_T}}{r} = \frac{\sqrt{60\times 5\times 10^3}}{10^3} \quad \Rightarrow \quad E = 0{,}548\,V/m$$

O dipolo infinitesimal

- elemento radiador com corrente uniformemente distribuída no seu comprimento;
- comprimento *l* curto perante o comprimento de onda: $\ell << \lambda$ (critério usual: $\ell < \lambda/10$);



Corrente: $I = I_0\cos(\omega t)$

(independente de *z*)

Campos no ponto "P" (fasores):

$H_r = 0$ $\quad E_r = \dfrac{I_0\,\ell}{2\pi\varepsilon_0}\left[\dfrac{1}{cr^2} + \dfrac{1}{j\omega r^3}\right]\cdot\cos\theta\cdot e^{-j\beta r}$ (1)

$H_\theta = 0$ $\quad E_\theta = \dfrac{I_0\,\ell}{4\pi\varepsilon_0}\left[\dfrac{j\omega}{c^2 r} + \dfrac{1}{cr^2} + \dfrac{1}{j\omega r^3}\right]\cdot\operatorname{sen}\theta\cdot e^{-j\beta r}$ (2)

$E_\phi = 0$ $\quad H_\phi = \dfrac{I_0\,\ell}{4\pi}\left[\dfrac{j\omega}{cr} + \dfrac{1}{r^2}\right]\cdot\operatorname{sen}\theta\cdot e^{-j\beta r}$ (3), onde $c = 3\times 10^8$ m/s e $\beta = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{\omega}{c}$.

Campos distantes:

Em pontos distantes da antena (*r* grande): $\frac{1}{r^2} << \frac{1}{r}$ e $\frac{1}{r^3} << \frac{1}{r}$

Critério usual: $r > \frac{2d^2}{\lambda}$, com d = maior dimensão da antena. (dipolo: d = ℓ)

Neste caso, tem-se: $H_r = 0$, $H_\theta = 0$, $E_r = 0$, $E_\phi = 0$

$$E_\theta = j\frac{60\pi I_0}{r}\frac{\ell}{\lambda}\cdot \operatorname{sen}\theta \cdot e^{-j\beta r} \quad (4)$$

$$H_\phi = j\frac{I_0}{2r}\frac{\ell}{\lambda}\cdot \operatorname{sen}\theta \cdot e^{-j\beta r} \quad (5)$$

Desta forma, para pontos distantes da antena os campos elétrico e magnético são perpendiculares entre si e ambos são perpendiculares à direção de propagação (direção radial). Além disso, $\frac{E_\theta}{H_\phi} = 120\pi\,\Omega = 377\,\Omega$. Conclui-se portanto que, na região de campos distantes, a antena radia uma onda TEM (transverso-eletromagnética).

Decomposição do campo:

$$E_\theta = \underbrace{60\pi}_{\text{constante}} \times \underbrace{I_0}_{\text{corrente}} \times \underbrace{\frac{1}{r}}_{\text{distância}} \times \underbrace{\frac{\ell}{\lambda}}_{\text{comprimento elétrico}} \times \underbrace{\operatorname{sen}\theta}_{\text{padrão de radiação}} \times \underbrace{je^{-j\beta r}}_{\text{fase}}$$

Diagrama de radiação: $\rho(\theta , \phi)$

Representação gráfica que mostra as propriedades de radiação de uma antena em função de coordenadas espaciais. O diagrama de radiação mostra a amplitude do campo distante (ou da potência radiada) em função dos ângulos θ e ϕ. No caso geral, o diagrama é uma figura tridimensional, mas na maioria das vezes é representado como figuras bidimensionais (planos de corte vertical e horizontal).

Para o dipolo infinitesimal: diagrama de campo $\Rightarrow$ $\rho(\theta,\phi) = \operatorname{sen}\theta$

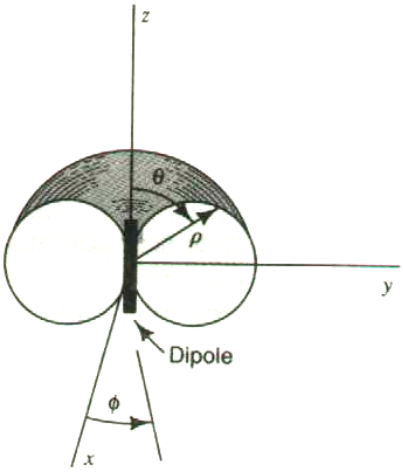
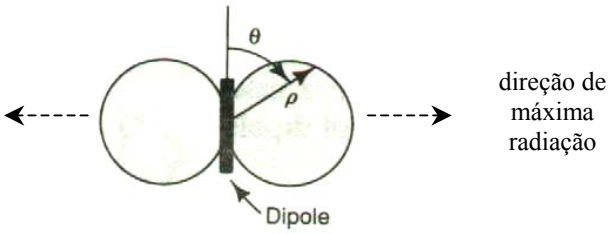


Diagrama 2D (plano vertical)



O diagrama acima independe de ϕ (o diagrama 2D no plano horizontal seria uma circunferência). Neste caso, diz-se que a antena é *onidirecional*.

Densidade de potência média (vetor de Poynting médio):

Para o campo distante tem-se:

$$S_{med} = \mathcal{P}_{med} = \frac{1}{2}|E_\theta| \cdot |H_\phi| \quad (6)$$

Usando (4) e (5) vem:

$$S_{med} = \frac{15\pi}{r^2}\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 I_0^2 \ \operatorname{sen}^2\theta \quad (7)$$

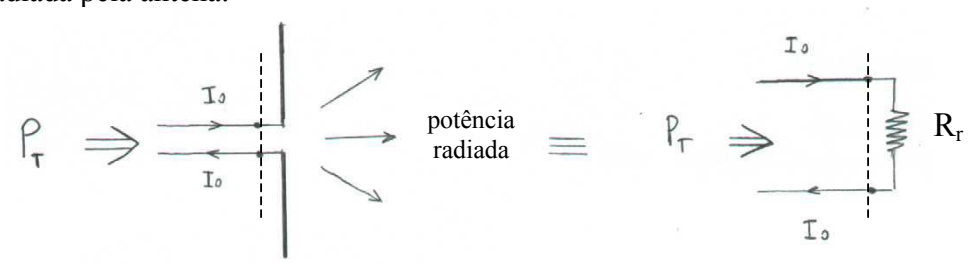
Assim, na região de campo distante, a potência radiada pela antena decai com o inverso do quadrado da distância e o fluxo de potência (vetor de Poynting) aponta na direção radial.

Para calcular a potência total (P_T) radiada, basta integrar a densidade de potência média em qualquer superfície fechada que contenha a antena. Por simplicidade, geralmente a integração é feita na região de campos distantes.

$$P_T = \oint_{sup} \vec{S}_{med} \cdot d\vec{S} \quad (8)$$

Parâmetros Principais de uma Antena

1 - Resistência de radiação (R_r): resistência fictícia que dissipa uma potência igual à potência radiada pela antena.



Potência radiada pela antena = potência dissipada em R_r

$$P_T = \oint_{sup} \vec{S}_{med} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{2} R_r I_0^2 \qquad \Rightarrow \qquad R_r = \frac{2 P_T}{I_0^2} \quad (9)$$

Exemplo: Calcular a resistência de radiação do dipolo infinitesimal.

$$P_T = \oint_{sup} \vec{S}_{med} \cdot d\vec{S} \qquad \text{com} \qquad \vec{S}_{med} = \frac{15\pi}{r^2} \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 I_0^2 \ \text{sen}^2\theta \ \vec{a}_r \ \text{(direção radial)}$$

$$\text{e} \qquad d\vec{S} = r^2 \,\text{sen}\,\theta \, d\theta \, d\phi \, \vec{a}_r \ \text{(coordenadas esféricas)}$$

Portanto $P_T = 15\pi \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 I_0^2 \int_0^{2\pi}\left[\int_0^{\pi} \text{sen}^3\theta \, d\theta\right] d\phi$

mas $\int_0^{2\pi}\left[\int_0^{\pi} \text{sen}^3\theta \, d\theta\right] d\phi = 2\pi \int_0^{\pi} \text{sen}^3\theta \, d\theta = 2\pi\left[\frac{-\text{sen}^2\theta \cos\theta}{3} - \frac{2\cos\theta}{3}\right]_0^{\pi} = \frac{8\pi}{3}$

logo $P_T = 40\pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 I_0^2$.

De (9): $R_r = \frac{2 P_T}{I_0^2} = \frac{2 \times 40\pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 I_0^2}{I_0^2} \qquad \Rightarrow \qquad R_r = 80\pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \ [\Omega]$

Exercício: Calcular a resistência de radiação de um dipolo de 1 cm operando na freqüência de 300 MHz. Calcular a corrente necessária para 1 W de potência radiada.

$\ell = 1$ cm $\qquad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{300 \times 10^6} = 1$ m $\qquad (\ell = \lambda/100)$

$$R_r = 80\pi^2 \left(\frac{1}{100}\right)^2 \qquad \Rightarrow \qquad R_r \cong 79\ m\Omega$$

$$P_T = \frac{1}{2} R_r I_0^2 \qquad \Rightarrow \quad I_0 = \sqrt{\frac{2 P_T}{R_r}}$$

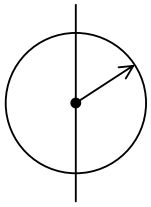
Para $P_T = 1$ W e $R_r = 79$ mΩ vem: $I_0 \cong 5\,A$

***Conclusão**:* como R_r é pequena para o dipolo infinitesimal, a corrente tem que ser alta. Isso mostra que o dipolo infinitesimal é um radiador pouco eficiente.

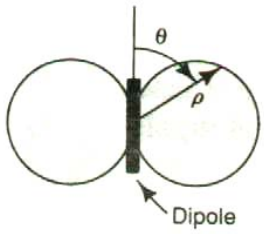
2 - Diagrama de radiação: mostra a potência radiada (ou os campos) em função da posição angular (geralmente na região de campos distantes).

Exemplos: diagramas de radiação de potência.

a) Antena isotrópica: $F(\theta,\phi)$ = constante



b) Dipolo infinitesimal: $F(\theta,\phi) = \text{sen}^2\,\theta$



c) Antena direcional (exemplo):

Diagrama 3D

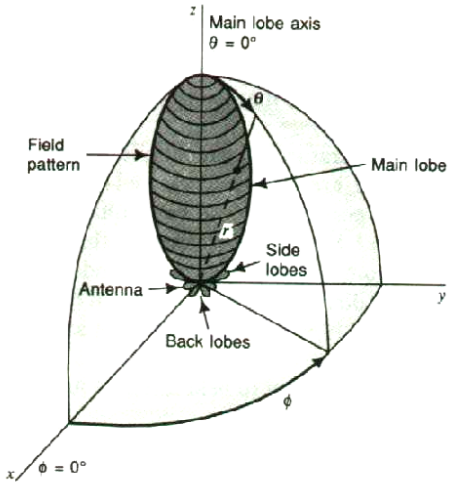
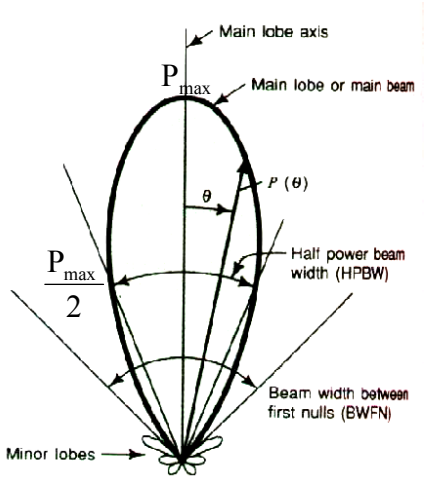


Diagrama 2D



Características principais:
- lobo ou feixe principal;
- lobos menores: laterais e posteriores;
- largura de feixe de meia potência ou ângulo de abertura ("HPBW").

3 - Diretividade (D): medida da "focalização" do lobo principal. Indica a capacidade da antena de direcionar a potência radiada.

Ganho diretivo: $D(\theta,\phi) = \dfrac{4\pi r^2 \; S_{med}}{P_T}$ (10)

A diretividade corresponde ao ganho diretivo máximo.

Exemplos:

a) antena isotrópica: $S_{med} = \dfrac{P_T}{4\pi r^2} \quad \Rightarrow \quad D(\theta,\phi) = \dfrac{4\pi r^2 \; S_{med}}{P_T} = 1$

Diretividade: $D = 1$ ou $D = 10 \log D = 0\,\text{dB}$

b) dipolo infinitesimal: $S_{med} = \dfrac{15\pi}{r^2}\left(\dfrac{\ell}{\lambda}\right)^2 I_0^2 \; \text{sen}^2\,\theta$ e $P_T = 40\pi^2\left(\dfrac{\ell}{\lambda}\right)^2 I_0^2$

Logo $D(\theta,\phi) = \dfrac{4\pi r^2 \; S_{med}}{P_T} = 1{,}5\,\text{sen}^2\,\theta$

O ganho diretivo máximo ocorre para $\theta = 90°$.

Diretividade: $D = 1{,}5$ ou $1{,}76\,\text{dB}$

Observação: a partir de (10) e da definição da diretividade tem-se que, para uma antena qualquer, a densidade de potência radiada na direção de ganho diretivo máximo é dada por:

$$S_{med} = \frac{D\,P_T}{4\pi r^2} \quad (11)$$

Exercício: Um dipolo infinitesimal transmite uma potência de 5 kW. Calcular a densidade de potência e o campo elétrico a 1 km da antena na direção de máxima radiação.

$$S_{med} = \frac{D\,P_T}{4\pi\,r^2} = \frac{1{,}5\times 5000}{4\pi\times 1000^2} \quad \Rightarrow \quad S_{med} = 597\,\mu\,W/m^2$$

Mas, para uma onda no espaço livre: $S_{med} = \frac{1}{2\,\eta_0}E^2 \quad \Rightarrow \quad E = \sqrt{2\,\eta_0\,S_{med}}$

Portanto: $E = \sqrt{2\times 377\times 597\times 10^{-6}} \quad \Rightarrow \quad E = 0{,}671\,V/m$

4 - Ganho (G): o ganho de uma antena depende de sua diretividade (D) e de seu rendimento ou eficiência de transmissão (η).

$G = \eta\,D$ com $\eta = \frac{\text{Potência radiada}}{\text{Potência total aplicada}}$ $(0 \le \eta \le 1)$

$$\text{Potência total aplicada} = \text{Potência radiada} + \text{Perdas ôhmicas}$$

Para uma antena sem perdas (η = 1): Ganho = Diretividade

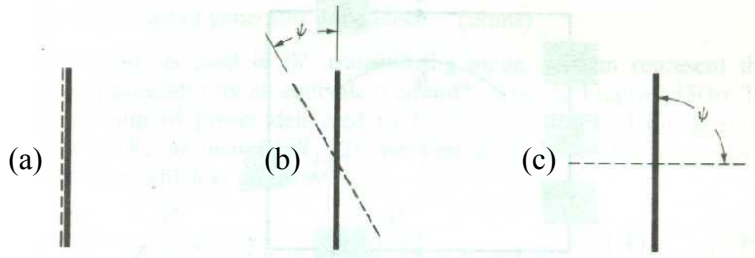
5 - Polarização: indica a direção do campo elétrico da onda radiada.

Fator de casamento de polarização (FCP): $FCP = \frac{\text{Potência recebida}}{\text{Potência máxima possível recebida}}$

Pode-se mostrar que $FCP = \cos^2\psi$

onde ψ = diferença angular entre as polarizações da onda e da antena receptora.

Exemplos:



a) $\psi = 0°$ $\Rightarrow$ antena "casada" (ou alinhada com a onda): FCP = 1 $\Rightarrow$ $P_{recebida} = P_{máxima\ possível}$;

b) $0 < \psi < 90°$ $\Rightarrow$ descasamento parcial: $0 < FCP < 1$ $\Rightarrow$ $0 < P_{recebida} < P_{máxima\ possível}$;

c) $\psi = 90°$ $\Rightarrow$ descasamento total: FCP = 0 $\Rightarrow$ $P_{recebida} = 0$.

6 - Abertura efetiva (A_e): razão entre a potência recebida (P_R) e a densidade de potência média incidente (com FCP = 1).

$$A_e = \frac{P_R}{S_{med}} \quad [m^2]$$

Para antenas sem perdas, pode-se mostrar que : $\frac{A_e}{D} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$

Exemplos:

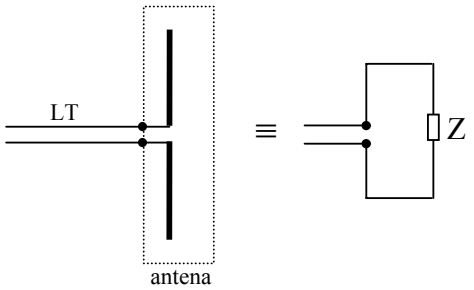
a) antena isotrópica: $D = 1 \Rightarrow A_e = 0{,}0796\ \lambda^2$ (= $0{,}282\ \lambda \times 0{,}282\ \lambda$)

b) dipolo infinitesimal: $D = 1{,}5 \Rightarrow A_e = 0{,}1194\ \lambda^2$ (= $0{,}345\ \lambda \times 0{,}345\ \lambda$)

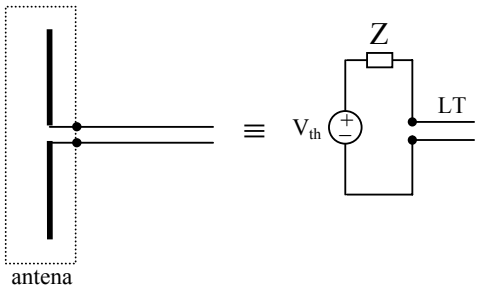
7 - Impedância de entrada (Z): impedância "vista" nos terminais da antena.

Circuitos equivalentes:

⇒ antena transmissora:



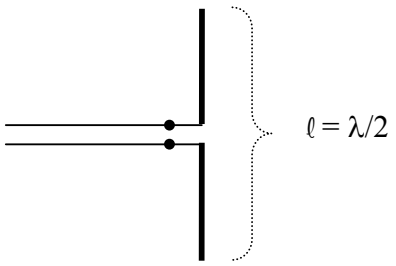
⇒ antena receptora:

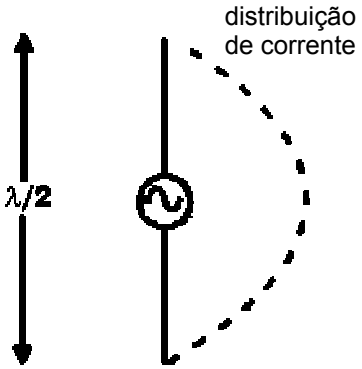


8 - Largura de banda: faixa de freqüências dentro da qual uma antena opera corretamente, com pouca variação de seus parâmetros. Quanto maior a largura de banda de uma antena, maior a sua capacidade de transmitir e receber sinais de diferentes freqüências.

O dipolo de meia onda

Uma das antenas mais usadas na prática é o dipolo de meia onda, que consiste em dois segmentos metálicos alinhados com comprimento total igual a $\lambda/2$.





⇒ **Distribuição de corrente:** a corrente pode ser considerada distribuída senoidalmente ao longo do comprimento da antena, sendo nula nas extremidades e máxima (I_0) no ponto de alimentação.

$$I = I_0 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right)$$

⇒ **Campos distantes:** Para obter o campo radiado pelo dipolo de meia onda, este é decomposto em elementos (dipolos) infinitesimais. O campo total radiado corresponde à soma (integral) dos campos de todos os elementos infinitesimais. Fazendo isto, obtém-se:

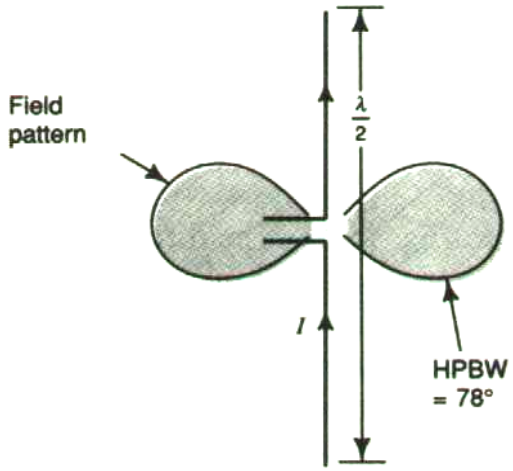
$$E_\theta = j\frac{60\, I_0}{r} \cdot \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta}\right] \cdot e^{-j\beta r} \qquad H_\phi = j\frac{I_0}{2\pi r} \cdot \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta}\right] \cdot e^{-j\beta r}$$

Como os campos distantes se comportam como os de uma onda TEM, tem-se: $\frac{E_\theta}{H_\phi} = 120\pi\,\Omega$.

⇒ **Diagrama de radiação:**

A partir das equações anteriores, obtém-se:

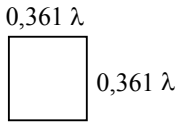
$$F(\theta,\phi) = \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta}\right]^2$$



⇒ **Resistência de radiação:** $R_r = 73\,\Omega$

⇒ **Diretividade e ganho:** $D = G = 1{,}64$ ou $2{,}15\,\text{dB}$

⇒ **Abertura efetiva:** $A_e = 0{,}131\lambda^2 = 0{,}522\,\ell^2$

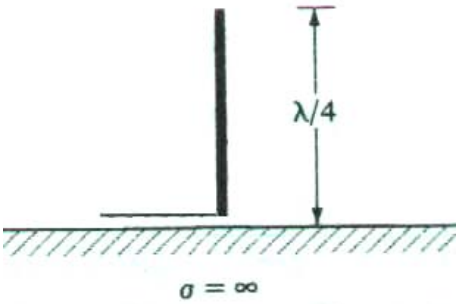


⇒ **Impedância de entrada:** $Z_{in} = 73 + j42{,}5\,\Omega$

Obs.: na prática, é comum encurtar ligeiramente o comprimento do dipolo de forma a torná-lo ressonante, isto é, com impedância de entrada puramente resistiva ($Z_{in} \cong 70\ \Omega$).

O monopolo de quarto de onda

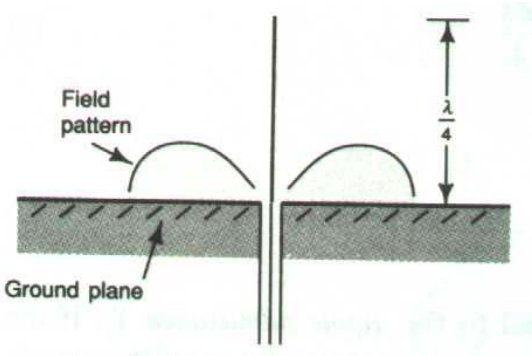
Consiste num fio metálico retilíneo, com comprimento igual a $\lambda/4$, colocado sobre um plano condutor infinito ("plano de terra").



A análise é feita usando o método das imagens. Os efeitos da presença do plano condutor podem ser levados em conta substituindo-o por uma antena fictícia correspondente à imagem da antena real formada abaixo do plano condutor. Desta forma, os campos produzidos por um monopolo de quarto de onda ($\ell = \lambda/4$) colocados sobre um plano condutor correspondem aos campos produzidos por um dipolo de meia onda ($\ell = \lambda/2$) sem a presença do plano. Esta equivalência só é válida para os campos acima do plano condutor; abaixo do plano, os campos são obviamente nulos.

⇒ **Diagrama de radiação:**

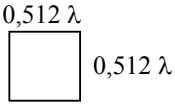
$$F(\theta,\phi) = \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta}\right]^2 \quad (0° \le \theta \le 90°)$$



⇒ **Resistência de radiação:** $R_r = \dfrac{73\,\Omega}{2}$ ⇒ $R_r = 36{,}5\,\Omega$

⇒ **Diretividade e ganho:** $D = G = 2 \times 1{,}64$ ⇒ $D = G = 3{,}28$ ou $5{,}16\,\text{dB}$

⇒ **Abertura efetiva:** $A_e = 2 \times 0{,}131\lambda^2 \quad \Rightarrow \quad A_e = 0{,}262\lambda^2 = 4{,}192\,\ell^2$

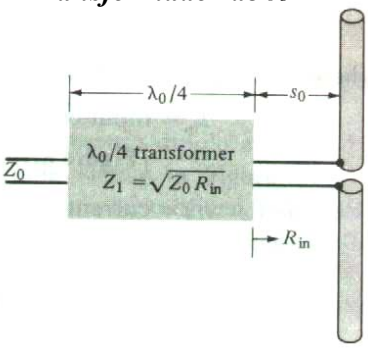


⇒ **Impedância de entrada:** $Z_{in} = \dfrac{73 + j42{,}5\,\Omega}{2} \quad \Rightarrow \quad Z_{in} = 36{,}5 + j21{,}25\,\Omega$

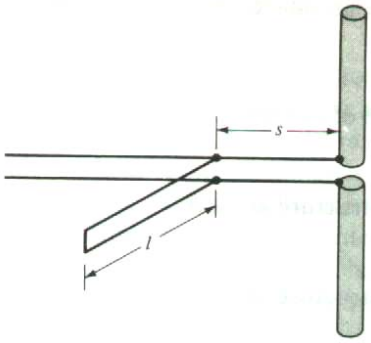
Casamento de impedâncias

Se a impedância de entrada da antena for diferente da impedância característica da linha de transmissão conectada a ela, devem-se utilizar as técnicas de casamento de impedância vistas anteriormente.

Transformador de λ/4

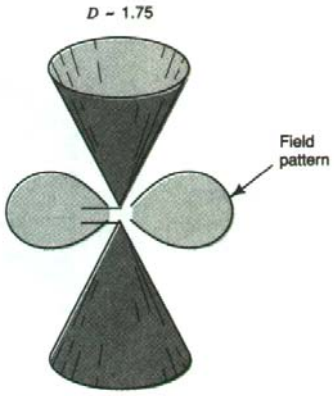


Stub

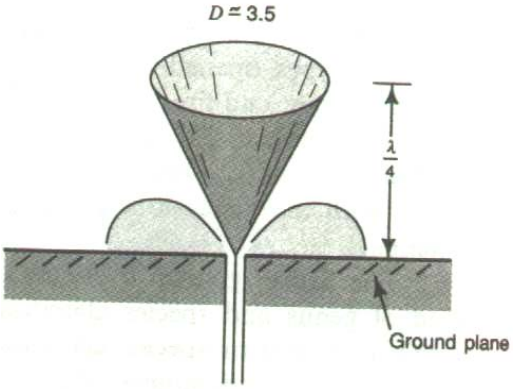


Alguns exemplos de antenas

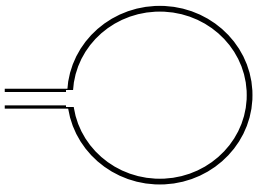
Antena bicônica



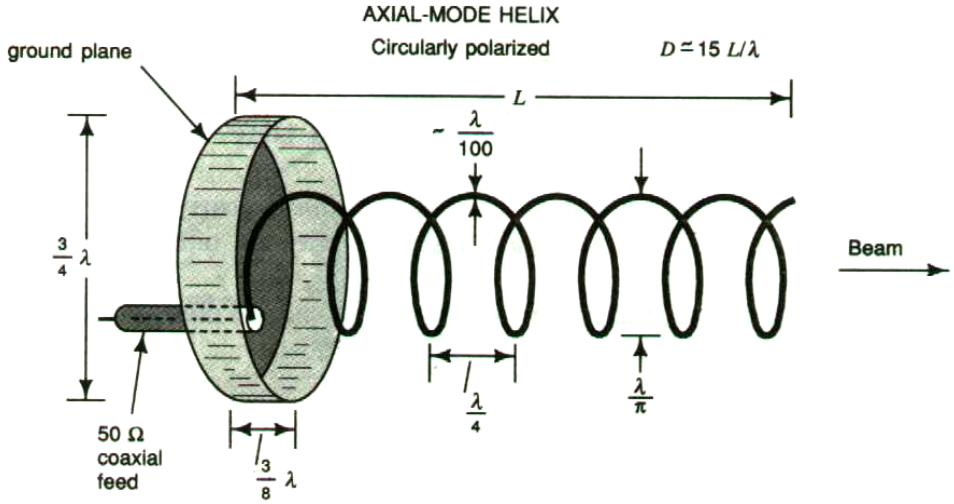
Antena cônica



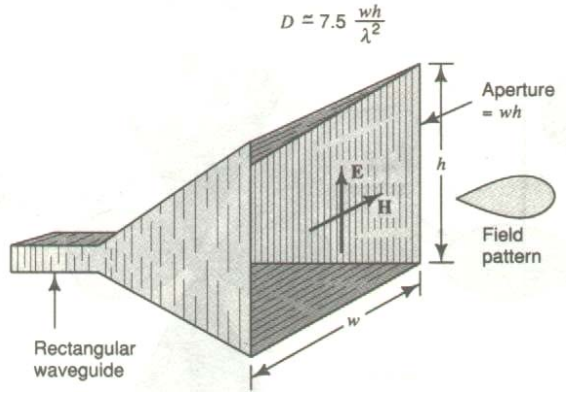
Loop circular



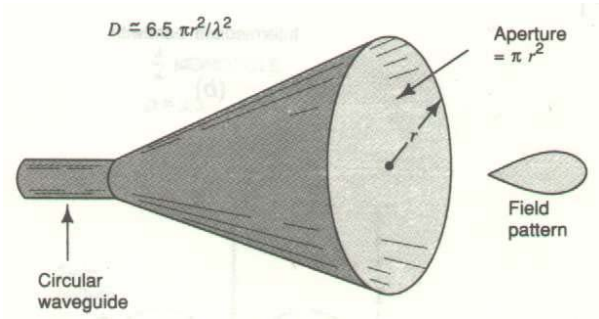
Antena helicoidal



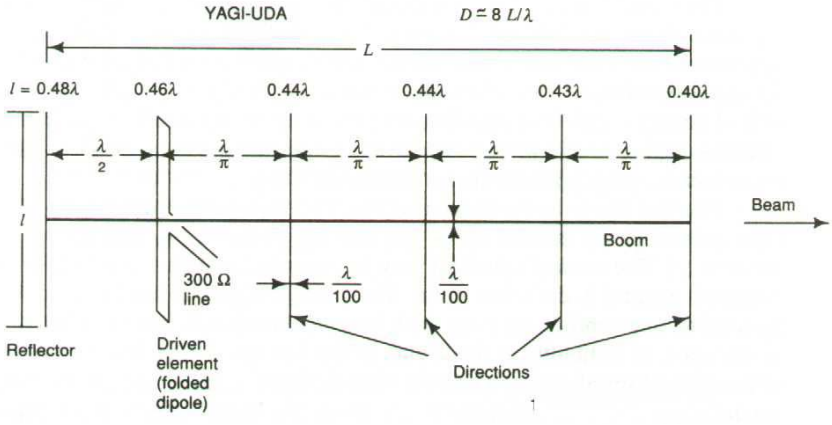
Corneta retangular



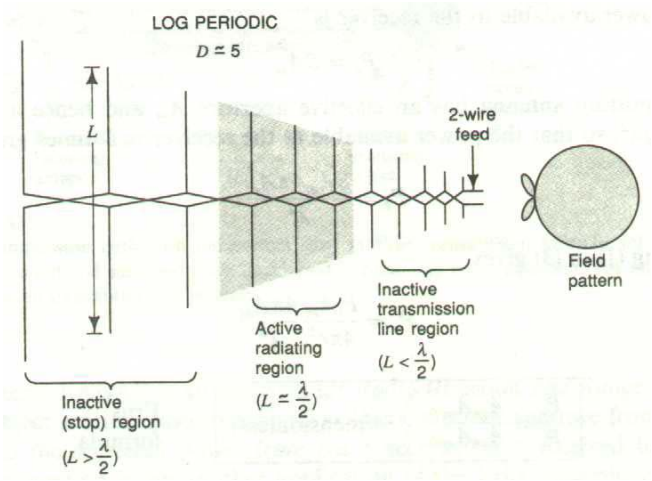
Corneta circular



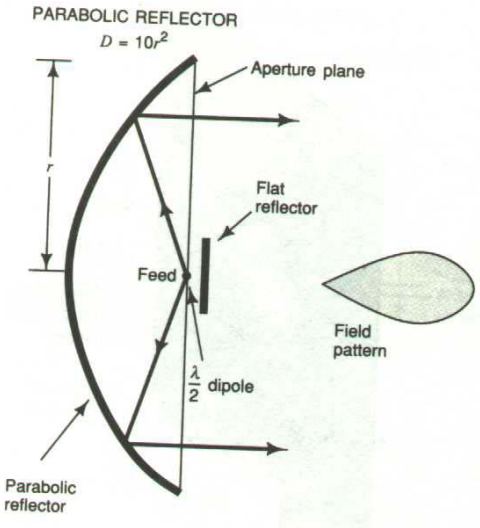
Antena Yagi-Uda



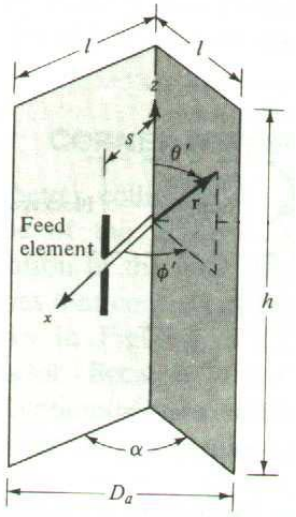
Antena log-periódica



Refletor parabólico

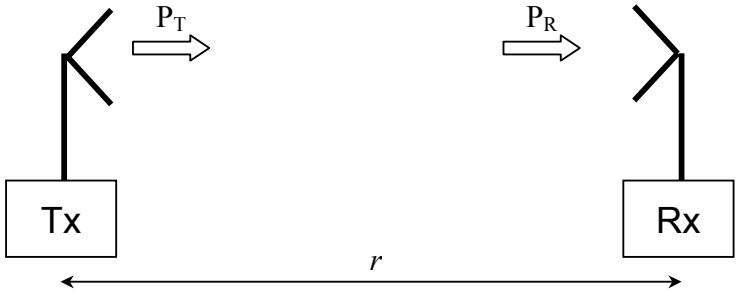


Refletor "corner"



Cálculo de rádio-enlaces ("radio-links")

Seja o enlace de rádio mostrado abaixo, consistindo de uma antena transmissora e de uma antena receptora separadas por uma distância *r*.



Sejam P_T = potência transmitida
P_R = potência recebida
D_T = diretividade da antena transmissora
D_R = diretividade da antena receptora
A_T = abertura efetiva da antena transmissora
A_R = abertura efetiva da antena receptora

Considerações: - as antenas são sem perdas ($\eta = 1$);
- as polarizações das antenas estão casadas (FCP = 1).

⇒ Densidade de potência radiada:

Antena isotrópica (D = 1): $S = \dfrac{P_T}{4\pi r^2}$ Antena qualquer: $S = \dfrac{D_T \cdot P_T}{4\pi r^2}$ (1)

⇒ Potência recebida: $P_R = S \cdot A_R$ (2)

De (1) e de (2): $P_R = \dfrac{D_T \cdot A_R \cdot P_T}{4\pi r^2}$ (3)

Mas $\dfrac{A_e}{D} = \dfrac{\lambda^2}{4\pi}$ (4)

De (3) e (4) obtém-se a equação fundamental para o cálculo de rádio-enlaces:

$$P_R = D_T D_R \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 P_T \quad (5)$$

Fórmula de Friis *(antenas sem perda)*

Ou, em termos de ganhos ($G = \eta D$):

$$P_R = G_T \cdot G_R \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 \cdot P_T \quad (6)$$ ***Fórmula de Friis*** *(antenas quaisquer)*

Exemplo: Um dipolo de meia onda sem perdas, operando em f = 100 MHz, é alimentado com uma potência de 100 W. Calcular;

a) a densidade de potência radiada a 1 km de distância;

b) a potência de alimentação de uma antena isotrópica que produziria a mesma densidade de potência calculada no item anterior;

c) a potência máxima recebida por um outro dipolo de meia onda a 1 km do transmissor.

Solução: f = 100 MHz $\rightarrow$ $\lambda = 3$ m

a) $S = \dfrac{D_T \cdot P_T}{4\pi r^2} = \dfrac{1{,}64 \times 100}{4\pi \times 1000^2} \rightarrow S = 13{,}05\,\mu W/m^2$

b) $D_T = 1 \rightarrow P_T = 4\pi\, r^2\, S = 4\pi \times 1000^2 \times 13{,}05 \times 10^{-6} \rightarrow P_T = 164\ W$

c) $P_R = D_T \cdot D_R \cdot \left(\dfrac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 \cdot P_T = 1{,}64 \times 1{,}64 \times \left(\dfrac{3}{4\pi \times 1000}\right)^2 \times 100 \rightarrow P_R = 15{,}33\,\mu W$